

УДК 512  
К26

**Карпик В. В.**  
К26 Алгебра та початки аналізу. 10 клас. Профільний рівень.  
II семестр / В. В. Карпик. — Х. : Вид. група «Основа»,  
2019. — 240 с. — (Серія «Мій конспект»)

ISBN 978-617-00-3750-3.

Видання «Мій конспект» — це серія посібників, які ставлять за мету надати допомогу вчителю в підготовці до уроку. Автор пропонує базову основу, використовуючи яку, кожен учитель може створити власний конспект уроку.

Пропонований посібник призначений для вчителів загальноосвітніх закладів, які викладають алгебру та початки аналізу в 10 класі (профільний рівень) за оновленою навчальною програмою для учнів 10–11 класів (2017 рік).

УДК 512

*Навчальне видання*

Серія «Мій конспект»

КАРПІК Вадим Віталійович

## **АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ. 10 КЛАС**

### **Профільний рівень.**

### **II семестр**

Навчально-методичний посібник

Головний редактор: *І. С. Маркова*  
Відповідальний за видання: *Ю. М. Афанасенко*  
Технічний редактор: *Є. С. Островський*  
Коректор: *О. М. Журенко*

Підп. до друку 31.07.2019. Формат 84×108/16. Папір офсет.  
Гарнітура Шкільна. Друк офсет. Ум. друк. арк. 15,2. Зам. № 19-08/19-05.

ТОВ «Видавнича група «Основа»».  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6058 від 01.03.2018 р.  
Україна, 61001 Харків, вул. Плеханівська, 66.  
Тел. (057) 731-96-34. E-mail: math@osnova.com.ua  
osnova.com.ua  
book.osnova.com.ua

Надруковано у друкарні ТОВ «ТРИАДА-ПАК»  
м. Харків, пров. Сімферопольський, 6. Тел. +38(057)703-12-21  
www.triada-pack.com, email: sale@triada.kharkov.ua  
ISO 9001:2015 № UA228351, FAMO TRIADA LLC (065445)

ISBN 978-617-00-3750-3

© Карпик В. В., 2019  
© Корягін В. О., макет обкладинки, 2019  
© ТОВ «Видавнича група «Основа»», 2019

## ЗМІСТ

|  |    |
|--|----|
| Календарне планування вивчення алгебри і початків аналізу в 10 класі. Профільний рівень II семестр<br>(Усього 210 год. I семестр — 96 год, 6 год на тиждень, II семестр — 114 год, 6 год на тиждень) . . . | 5  |
| Література . . . . .   | 8  |
| Урок № 97. Формули потрійного аргумента . . . . .  | 9  |
| Урок № 98. Формули половинного аргумента. Вираження тригонометричних функцій через тангенс<br>половинного аргумента . . . . .  | 11 |
| Урок № 99. Формули половинного аргумента. Вираження тригонометричних функцій через тангенс<br>половинного аргумента . . . . .  | 13 |
| Урок № 100. Формули перетворення суми й різниці тригонометричних функцій на добуток . . . . .  | 15 |
| Урок № 101. Формули перетворення суми й різниці тригонометричних функцій на добуток . . . . .  | 17 |
| Урок № 102. Формули перетворення суми й різниці тригонометричних функцій на добуток . . . . .  | 19 |
| Урок № 103. Формули перетворення добутку тригонометричних функцій на суму . . . . .  | 21 |
| Урок № 104. Формули перетворення добутку тригонометричних функцій на суму . . . . .  | 23 |
| Урок № 105. Формули перетворення добутку тригонометричних функцій на суму . . . . .  | 25 |
| Урок № 106. Розв’язування вправ . . . . .  | 27 |
| Урок № 107. Контрольна робота № 6 . . . . .  | 29 |
| Урок № 108. Обернені тригонометричні функції. Функції $y = \arcsin x$ , $y = \arccos x$ : означення, властивості,<br>графіки . . . . .   | 31 |
| Урок № 109. Розв’язування вправ . . . . .  | 33 |
| Урок № 110. Функції $y = \operatorname{arctg} x$ , $y = \operatorname{arccotg} x$ : означення, властивості, графіки . . . . .  | 35 |
| Урок № 111. Розв’язування вправ . . . . .  | 37 |
| Урок № 112. Рівняння, які містять обернені тригонометричні функції . . . . .   | 39 |
| Урок № 113. Рівняння, які містять обернені тригонометричні функції . . . . .   | 41 |
| Урок № 114. Нерівності, які містять обернені тригонометричні функції . . . . .   | 43 |
| Урок № 115. Нерівності, які містять обернені тригонометричні функції . . . . .   | 45 |
| Урок № 116. Найпростіші тригонометричні рівняння. Рівняння $\cos x = a$ . . . . .  | 47 |
| Урок № 117. Найпростіші тригонометричні рівняння. Рівняння $\cos x = a$ . . . . .  | 49 |
| Урок № 118. Найпростіші тригонометричні рівняння. Рівняння $\sin x = a$ . . . . .  | 51 |
| Урок № 119. Найпростіші тригонометричні рівняння. Рівняння $\sin x = a$ . . . . .  | 53 |
| Урок № 120. Найпростіші тригонометричні рівняння. Рівняння $\operatorname{tg} x = a$ , $\operatorname{ctg} x = a$ . . . . .  | 55 |
| Урок № 121. Найпростіші тригонометричні рівняння. Рівняння $\operatorname{tg} x = a$ , $\operatorname{ctg} x = a$ . . . . .  | 57 |
| Урок № 122. Розв’язування вправ . . . . .  | 59 |
| Урок № 123. Контрольна робота № 7 . . . . .  | 61 |
| Урок № 124. Розв’язування тригонометричних рівнянь методом заміни змінних . . . . .  | 63 |
| Урок № 125. Розв’язування тригонометричних рівнянь методом заміни змінних . . . . .  | 65 |
| Урок № 126. Однорідні тригонометричні рівняння та рівняння, які зводяться до однорідних . . . . .  | 67 |
| Урок № 127. Однорідні тригонометричні рівняння та рівняння, які зводяться до однорідних . . . . .  | 69 |
| Урок № 128. Розв’язування тригонометричних рівнянь методом розкладання на множники . . . . .   | 71 |
| Урок № 129. Розв’язування тригонометричних рівнянь методом розкладання на множники . . . . .   | 73 |
| Урок № 130. Застосування властивостей функцій до розв’язування тригонометричних рівнянь . . . . .  | 75 |
| Урок № 131. Розв’язування більш складних тригонометричних рівнянь . . . . .  | 77 |
| Урок № 132. Тригонометричні рівняння з параметрами . . . . .   | 79 |
| Урок № 133. Тригонометричні рівняння з параметрами . . . . .   | 81 |
| Урок № 134. Найпростіші тригонометричні нерівності . . . . .   | 83 |
| Урок № 135. Найпростіші тригонометричні нерівності . . . . .   | 85 |
| Урок № 136. Найпростіші тригонометричні нерівності . . . . .   | 87 |
| Урок № 137. Способи розв’язання складніших тригонометричних нерівностей . . . . .  | 89 |

|   |     |
|---|-----|
| Урок № 138. Способи розв'язання складніших тригонометричних нерівностей                 | 91  |
| Урок № 139. Розв'язування тригонометричних нерівностей методом інтервалів               | 93  |
| Урок № 140. Тригонометричні нерівності з параметрами                                    | 95  |
| Урок № 141. Тригонометричні нерівності з параметрами                                    | 97  |
| Урок № 142. Розв'язування вправ   | 99  |
| Урок № 143. Контрольна робота № 8   | 101 |
| Урок № 144. Границя функції в точці. Основні теореми про границі функції в точці        | 103 |
| Урок № 145. Границя функції в точці. Основні теореми про границі функції в точці        | 105 |
| Урок № 146. Границя функції в точці. Основні теореми про границі функції в точці        | 107 |
| Урок № 147. Неперервність функції в точці й на проміжку                                 | 109 |
| Урок № 148. Неперервність функції в точці й на проміжку                                 | 111 |
| Урок № 149. Задачі, які приводять до поняття похідної                                   | 113 |
| Урок № 150. Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст                           | 115 |
| Урок № 151. Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст                           | 117 |
| Урок № 152. Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст                           | 119 |
| Урок № 153. Похідні елементарних функцій. Похідні степеневі та тригонометричних функцій | 121 |
| Урок № 154. Похідні елементарних функцій. Похідні степеневі та тригонометричних функцій | 123 |
| Урок № 155. Похідні елементарних функцій. Похідні степеневі та тригонометричних функцій | 125 |
| Урок № 156. Правила диференціювання: похідна суми, добутку й частки функцій             | 127 |
| Урок № 157. Правила диференціювання: похідна суми, добутку й частки функцій             | 129 |
| Урок № 158. Правила диференціювання: похідна суми, добутку й частки функцій             | 131 |
| Урок № 159. Складена функція. Похідна складеної функції                                 | 133 |
| Урок № 160. Складена функція. Похідна складеної функції                                 | 135 |
| Урок № 161. Розв'язування вправ   | 137 |
| Урок № 162. Рівняння дотичної до графіка функції  | 139 |
| Урок № 163. Рівняння дотичної до графіка функції  | 141 |
| Урок № 164. Рівняння дотичної до графіка функції  | 143 |
| Урок № 165. Розв'язування вправ   | 145 |
| Урок № 166. Контрольна робота № 9   | 147 |
| Урок № 167. Ознака сталості функції. Достатні умови зростання й спадання функції        | 149 |
| Урок № 168. Ознака сталості функції. Достатні умови зростання й спадання функції        | 151 |
| Урок № 169. Ознака сталості функції. Достатні умови зростання й спадання функції        | 153 |
| Урок № 170. Екстремуми функції  | 155 |
| Урок № 171. Екстремуми функції  | 157 |
| Урок № 172. Екстремуми функції  | 159 |
| Урок № 173. Найбільше та найменше значення функції на проміжку                          | 161 |
| Урок № 174. Найбільше та найменше значення функції на проміжку                          | 163 |
| Урок № 175. Найбільше та найменше значення функції на проміжку                          | 165 |
| Урок № 176. Застосування похідної до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту    | 167 |
| Урок № 177. Застосування похідної до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту    | 169 |
| Урок № 178. Застосування похідної до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту    | 171 |
| Урок № 179. Розв'язування вправ   | 173 |
| Урок № 180. Контрольна робота № 10  | 175 |
| Урок № 181. Застосування похідної до розв'язування рівнянь                              | 177 |
| Урок № 182. Застосування похідної до розв'язування рівнянь                              | 179 |
| Урок № 183. Застосування похідної до розв'язування нерівностей                          | 181 |
| Урок № 184. Застосування похідної до розв'язування нерівностей                          | 183 |
| Урок № 185. Застосування похідної для доведення нерівностей                             | 185 |

|   |     |
|---|-----|
| Урок № 186. Асимптоти графіка функції   | 187 |
| Урок № 187. Асимптоти графіка функції   | 189 |
| Урок № 188. Асимптоти графіка функції   | 191 |
| Урок № 189. Друга похідна   | 193 |
| Урок № 190. Друга похідна   | 195 |
| Урок № 191. Поняття опуклості функції. Точки перегину. Знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину | 197 |
| Урок № 192. Розв'язування вправ   | 199 |
| Урок № 193. Розв'язування вправ   | 201 |
| Урок № 194. Застосування першої та другої похідних до дослідження функцій і побудови їх графіків                    | 203 |
| Урок № 195. Застосування першої та другої похідних до дослідження функцій і побудови їх графіків                    | 205 |
| Урок № 196. Застосування першої та другої похідних до дослідження функцій і побудови їх графіків                    | 207 |
| Урок № 197. Розв'язування вправ   | 209 |
| Урок № 198. Контрольна робота № 11  | 211 |
| Урок № 199. Функції, їх властивості та графіки  | 213 |
| Урок № 200. Многочлени. Теорема Безу  | 215 |
| Урок № 201. Арифметичний корінь $n$ -го степеня. Степінь із раціональним показником                                 | 217 |
| Урок № 202. Ірраціональні рівняння і нерівності   | 219 |
| Урок № 203. Тригонометричні функції   | 221 |
| Урок № 204. Тригонометричні рівняння і нерівності   | 223 |
| Урок № 205. Похідна та її застосування  | 225 |
| Урок № 206. Розв'язування вправ   | 227 |
| Урок № 207. Підсумкова контрольна робота  | 229 |
| Урок № 208. Узагальнення матеріалу, вивченого за рік  | 231 |
| Урок № 209. Узагальнення матеріалу, вивченого за рік  | 233 |
| Урок № 210. Узагальнення матеріалу, вивченого за рік  | 235 |
| Відповіді до контрольних робіт  | 237 |

## ЛІТЕРАТУРА

1. *Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти.*
2. *Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень.*
3. *Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С.* Алгебра. Підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів. Академічний рівень, профільний рівень. — Х. : Гімназія, 2010.
4. *Карпик В. В.* Відпрацюй навички та перевір себе. Увесь шкільний курс математики у тестах та завданнях. — Х. : Вид. група «Основа», 2010.
5. *Карпик В. В.* Тестові завдання з теми «Тригонометричні функції». 10 клас // Математика в школах України — № 25 (217). — 2008. — С. 15–17.
6. *Карпик В. В.* Тестові завдання з теми «Тригонометричні тотожності». 10 клас // Математика в школах України — № 26 (218). — 2008. — С. 27–29.
7. *Карпик В. В.* Тестові завдання з теми «Тригонометричні рівняння і нерівності». 10 клас // Математика в школах України — № 31 (223). — 2008. — С. 13–17.
8. *Карпик В. В.* Зростання та спадання функції. Екстремуми функції. Міні-збірник задач // Математика в школах України — № 28 (256). — 2009. — С. 35–42.
9. *Карпик В. В.* Похідна. Техніка диференціювання. Міні-збірник задач // Математика в школах України — № 28 (292). — 2010. (Вкладка).
10. *Карпик В. В.* Область визначення функції. Міні-збірник задач // Математика в школах України — № 28 (400). — 2013. (Вкладка. С. 20-1–20-15).
11. *Карпик В. В.* Тестовий тренінг. Підготовка до ЗНО. — Х. : Вид. група «Основа», 2012. (Б-ка журн. «Математика в школах України»; Вип. 3 (111)).
12. *Карпик В. В.* Тестовий контроль. Алгебра та початки аналізу. Підготовка до ЗНО. — Х. : Вид. група «Основа», 2015. (Б-ка журн. «Математика в школах України»; Вип. 9 (153)).

**Формування компетентностей:**

- **предметна (математична) компетентність:** домогтися засвоєння тригонометричних формул потрійного аргумента; сформувати вміння застосовувати формули потрійного аргумента до обчислення значень та перетворення тригонометричних виразів; \_\_\_\_\_

• **ключові компетентності:**

- *спілкування державною мовою* — уміння розуміти, пояснювати й перетворювати тексти математичних задач (усно й письмово), грамотно висловлюватися рідною мовою;
- *інформаційно-цифрова компетентність* — уміння структурувати дані;
- *уміння вчитися впродовж життя* — моделювати власну освітню траєкторію;

**Тип уроку:** засвоєння нових знань і вмінь.

**Обладнання та наочність:** \_\_\_\_\_

Хід уроку

**I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП**

**II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ**

**III. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАТЬ**

**Виконання усних вправ**

1. Обчисліть:

1)  $20 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$ ; 2)  $4 \cos^2 22,5^\circ - 4 \sin^2 22,5^\circ$ ; 3)  $\frac{12 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}}$ .

2. Спростіть вираз:

1)  $\sin(\alpha + \gamma) - \cos \alpha \sin \gamma$ ; 2)  $\cos(\alpha + \gamma) - \cos \alpha \cos \gamma$ ;

3)  $\operatorname{tg}(\alpha + \gamma)(1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \gamma) - \operatorname{tg} \alpha$ ; 4)  $\frac{\sin 12\beta}{2 \cos 6\beta}$ ; 5)  $\cos 16\beta + \sin^2 8\beta$ ; 6)  $\frac{2 \operatorname{tg} 3\beta}{\operatorname{tg}^2 3\beta - 1}$ .

**IV. ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ**

*План вивчення теми*

1. Синус потрійного аргумента.
2. Косинус потрійного аргумента.
3. Тангенс потрійного аргумента.
4. Приклади розв'язання задач, що передбачають застосування формул потрійного аргумента:

## V. ЗАСВОЄННЯ НОВИХ ЗНАНЬ І СПОСОБІВ ДІЙ

### 1. Робота з підручником

### 2. Додаткове завдання

Побудуйте графік функції  $y = \left| 4 \cos^3 \frac{x}{3} - 3 \cos \frac{x}{3} \right|$ .

## VI. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

### 1. Робота з підручником

### 2. Робота в групах

1) Оберіть, хто з членів групи координуватиме роботу й відповідатиме за її кінцевий результат. 2) Складіть план роботи. 3) Розподіліть, хто який пункт плану виконуватиме. 4) Розв'яжіть задачі. 5) Здайте роботи вчителю на перевірку.

**Задача 1.** Знайдіть значення виразу:

$$1) 8 \sin^3 \frac{\pi}{18} - 6 \sin \frac{\pi}{18}; 2) 2 \cos^3 \frac{\pi}{9} - \frac{3}{2} \cos \left( -\frac{\pi}{9} \right); 3) \frac{1 - 3 \operatorname{tg}^2 15^\circ}{6 \operatorname{tg} 15^\circ - 2 \operatorname{tg}^3 15^\circ}.$$

**Задача 2.** Знайдіть  $\sin 3\alpha$  і  $\cos 3\alpha$ , якщо:

$$1) \sin \alpha = -\frac{8}{17}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi; 2) \cos \alpha = -\frac{1}{3}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}.$$

**Задача 3.** Знайдіть  $\operatorname{ctg} \alpha$ , якщо  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{3} = -3$ .

**Задача 4.** Спростіть вираз:

$$1) \frac{\sin^3 9\beta + \sin 27\beta}{2 \sin 9\beta} + \frac{\cos^3 9\beta - \cos 27\beta}{2 \cos 9\beta}; 2) \frac{\cos^3 6\beta + \sin \left( \frac{3\pi}{2} + 18\beta \right)}{\sin^3 6\beta - \cos \left( \frac{3\pi}{2} - 18\beta \right)};$$

$$3) \frac{\sin 12\alpha \sin^3 4\alpha - \sin \left( \frac{\pi}{2} - 12\alpha \right) \sin^3 \left( \frac{3\pi}{2} - 4\alpha \right)}{\cos^3 8\alpha}.$$

## VII. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

## VIII. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Завдання за підручником:

2. Додаткове завдання. Знайдіть значення виразу

$$\sin^3 3\alpha \cos 9\alpha + \cos^3 3\alpha \sin 9\alpha \text{ при } \alpha = \frac{\pi}{72}.$$

Відповідь. 0,375.

# Урок № 98. ФОРМУЛИ ПОЛОВИННОГО АРГУМЕНТА. ВИРАЖЕННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ ЧЕРЕЗ ТАНГЕНС ПОЛОВИННОГО АРГУМЕНТА

Дата \_\_\_\_\_

Клас \_\_\_\_\_

## Формування компетентностей:

- **предметна (математична) компетентність:** домогтися засвоєння формул половинного аргумента та формул, які виражають тригонометричні функції через тангенс половинного аргумента; сформувати вміння застосовувати формули половинного аргумента та формули, які виражають тригонометричні функції через тангенс половинного аргумента до перетворення тригонометричних виразів; \_\_\_\_\_

- **ключові компетентності:**

- спілкування державною мовою — уміння ставити запитання й розпізнавати проблему;
- уміння вчитися впродовж життя — організувати та планувати свою навчальну діяльність;
- ініціативність і підприємливість — уміння аргументувати та захищати свою позицію, дискутувати; \_\_\_\_\_

**Тип уроку:** засвоєння нових знань і вмінь.

**Обладнання та наочність:** \_\_\_\_\_

## Хід уроку

### I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

### II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

#### 1. Перевірка завдання, заданого за підручником

#### 2. Розв'язування задач

*Коллективне розв'язування задач, аналогічних до тих, що були задані додому*

*Індивідуальні завдання для учнів, які мають достатній та високий рівні навчальних досягнень*

№ 1. Знайдіть найбільше та найменше значення функції

$$y = 3 \sin x \sin 3x - 4 \sin^3 x \sin 3x - 4.$$

№ 2. Знайдіть найбільше та найменше значення функції

$$y = 12 \cos^3 x \cos 3x - 9 \cos x \cos 3x - 5.$$

№ 3. Знайдіть найбільше та найменше значення функції

$$y = 6 \sin x \cos 3x - 8 \sin^3 x \cos 3x + 9.$$

№ 4. Знайдіть найбільше та найменше значення функції

$$y = 3 \sin 3x \cos x - 4 \sin 3x \cos^3 x + 7.$$

### III. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАТЬ

#### Виконання усних вправ

1. Спростіть вираз:

1)  $\sin 6\gamma \operatorname{tg} 3\gamma$ ; 2)  $\frac{1}{2} \sin \gamma \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}$ ; 3)  $2 \sin^2 \gamma + \cos 2\gamma$ ; 4)  $2 \cos^2 \frac{\gamma}{2} - \cos \gamma$ ;



5)  $\frac{1 - \cos 6\gamma}{2}$ ; 6)  $\frac{1 + \cos \gamma}{2}$ ; 7)  $(1 + \operatorname{tg}^2 5\gamma) \cos^2 5\gamma$ ; 8)  $(1 + \operatorname{ctg}^2 7\gamma) \cos^2 7\gamma$ ;  
 9)  $\operatorname{tg} 4\gamma \operatorname{ctg} 4\gamma - \sin^2 \frac{3\gamma}{2} - \cos^2 \frac{3\gamma}{2}$ .

2. Обчисліть:

1)  $\cos^2 12^\circ - \sin^2 12^\circ - \cos 24^\circ$ ; 2)  $\frac{2 \sin \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16}}{\sin \frac{\pi}{8}}$ ; 3)  $8 \sin^2 \frac{\pi}{10} + 8 \cos^2 \left(-\frac{\pi}{10}\right)$ .

#### IV. ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

##### План вивчення теми

1. Формули половинного аргумента.
2. Вираження тригонометричних функцій через тангенс половинного аргумента.
3. Приклади розв'язання задач, що передбачають застосування формул половинного аргумента та формул, які виражають тригонометричні функції через тангенс половинного аргумента:

#### V. ЗАСВОЄННЯ НОВИХ ЗНАТЬ І СПОСОБІВ ДІЙ

##### 1. Робота з підручником

##### 2. Додаткове завдання

Знайдіть  $\sin 12\alpha$ , якщо  $\operatorname{ctg}(\pi - 3\alpha) = 0,5$ .

#### VI. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАТЬ І ВМІНЬ

##### 1. Робота з підручником

##### 2. Робота в парах

Обговоріть план виконання завдань. Розподіліть, хто виконуватиме завдання варіанта 1, а хто — варіанта 2. Виконайте завдання й здійсніть взаємоперевірку. Здайте роботу вчителю на перевірку.

| Варіант 1  | Варіант 2   |
|--|---|
| 1) Знайдіть $\sin \frac{\alpha}{2}$ , $\cos \frac{\alpha}{2}$ , $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ , $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ , якщо                                  |   |
| $\cos \alpha = \frac{119}{169}$ , $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$   | $\cos \alpha = -\frac{161}{289}$ , $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  |
| 2) Знайдіть $\sin 4\alpha$ , якщо $\operatorname{tg} \alpha = 4$   | 2) Знайдіть $\cos 2\alpha$ , якщо $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = -\frac{1}{5}$  |
| 3) Спростіть вираз   |   |
| $\sqrt{\frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{1 - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ , якщо $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ | $\sqrt{\frac{1 + \cos(\pi - \alpha)}{1 + \cos(2\pi + \alpha)}} \cos \frac{\alpha}{2}$ , якщо $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ |

#### VIII. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

##### 1. Завдання за підручником:

##### 2. Додаткове завдання.

Знайдіть  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}$ ,  
 якщо  $\sin \alpha = -0,8$ ,  
 $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

Відповідь.  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ .

#### VII. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

Урок № 99. **ФОРМУЛИ ПОЛОВИННОГО АРГУМЕНТА.  
ВИРАЖЕННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ  
ЧЕРЕЗ ТАНГЕНС ПОЛОВИННОГО АРГУМЕНТА**

Дата \_\_\_\_\_

Клас \_\_\_\_\_

**Формування компетентностей:**

- **предметна (математична) компетентність:** удосконалити вміння застосовувати формули половинного аргумента та формули, які виражають тригонометричні функції через тангенс половинного аргумента до перетворення тригонометричних виразів; \_\_\_\_\_
- **ключові компетентності:** \_\_\_\_\_
  - спілкування державною мовою — уміння розуміти, пояснювати й перетворювати тексти математичних задач (усно й письмово), грамотно висловлюватися рідною мовою;
  - інформаційно-цифрова компетентність — уміння структурувати дані;
  - уміння вчитися впродовж життя — аналізувати, контролювати, коригувати та оцінювати результати своєї навчальної діяльності;

**Тип уроку:** удосконалення знань і вмінь.

**Обладнання та наочність:** \_\_\_\_\_

Хід уроку

**I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП**

**II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ**

**1. Перевірка завдання, заданого за підручником**

**2. Виконання завдань із сигнальними картками**

Чи правильне твердження? (Якщо, на думку учня, твердження є правильним, він показує зелену картку, якщо неправильним — червону.)

1) Якщо  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ , то  $\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} = \sin \frac{\alpha}{2}$ .

2) Якщо  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ , то  $\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = -\cos \frac{\alpha}{2}$ .

3) Якщо  $\cos \alpha = \frac{1}{9}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ , то  $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{3}$ .

4) Якщо  $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , то  $\cos \frac{\alpha}{2} = -\frac{\sqrt{10}}{4}$ .

5) Якщо  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ , то  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = -\sqrt{2}$ .

6) Якщо  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ , то  $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

7) Якщо  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{10}$ , то  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{11}$ .

8) Якщо  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{15}$ , то  $\cos \alpha = \frac{7}{8}$ .

### III. УДОСКОНАЛЕННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

#### 1. Робота з підручником

#### 2. Додаткові завдання

1) Знайдіть  $\sin \frac{\alpha}{4}$ , якщо  $\cos \alpha = -\frac{527}{625}$ ,  $\frac{5\pi}{2} < \alpha < 3\pi$ .

2) Знайдіть  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ , якщо  $\sin \alpha - \sin \left( \frac{3\pi}{2} - \alpha \right) = \frac{\sqrt{7}}{2}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{6}$ .

3) Побудуйте графік функції:

а)  $y = 3\sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$ ; б)  $y = \frac{4 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$ .

4) Знайдіть множину значень функції  $y = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} + 3$ .

5) Знайдіть  $\cos 2\alpha$ , якщо  $3 \operatorname{tg}^2 \alpha - 10 \operatorname{tg} \alpha + 3 = 0$ ,  $\frac{5\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

### IV. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

#### 1. Робота з підручником

#### 2. Робота в малих групах (виконання структурованого завдання)

Відомо, що  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{4}$ . Знайдіть:

1)  $\sin \alpha - \cos \alpha$ ; 2)  $\sin 3\alpha - \cos 3\alpha$ .

### V. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

### VI. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Завдання за підручником:

2. Додаткове завдання. Укажіть кількість усіх коренів рівняння

$$\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = \sqrt{\pi - x} - 1.$$

Відповідь. Два.

# Урок № 100. ФОРМУЛИ ПЕРЕТВОРЕННЯ СУМИ Й РІЗНИЦІ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ НА ДОБУТОК

Дата \_\_\_\_\_

Клас \_\_\_\_\_

## Формування компетентностей:

- **предметна (математична) компетентність:** домогтися засвоєння формул перетворення суми й різниці тригонометричних функцій на добуток; сформува-ти вміння застосовувати формули перетворення суми й різниці тригонометричних функцій на добуток до розв'язування нескладних задач; \_\_\_\_\_

- **ключові компетентності:**

- *спілкування державною мовою* — уміння чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку, аргументувати, доводити правильність тверджень;
- *уміння вчитися впродовж життя* — визначати мету навчальної діяльності, відбирати й застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення цієї мети;
- *ініціативність і підприємливість* — уміння аргументувати та захищати свою позицію, дискутувати; \_\_\_\_\_

**Тип уроку:** засвоєння нових знань і вмінь.

**Обладнання та наочність:** \_\_\_\_\_

## Хід уроку

### I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

### II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

#### 1. Перевірка завдання, заданого за підручником

#### 2. Самостійна робота з подальшою взаємоперевіркою та взаємооцінюванням

| Варіант 1   | Варіант 2   |
|---|---|
| 1) Знайдіть   |   |
| $\sin \frac{\alpha}{2}, \cos \frac{\alpha}{2}, \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ , якщо:<br>а) $\cos \alpha = -\frac{1}{5}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ;<br>б) $\sin \alpha = \frac{24}{25}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ | $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ , якщо:<br>а) $\cos 2\alpha = \frac{2}{5}, \frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$ ;<br>б) $\sin 2\alpha = -\frac{7}{25}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ |
| 2) Знайдіть значення виразу:  |   |
| а) $\frac{\cos 2\gamma}{1 + \sin 2\gamma}$ ; б) $\frac{49}{1 - \sin 4\gamma}$ , якщо $\operatorname{tg} \gamma = -4$  | а) $\frac{\sin \gamma}{3 - \cos \gamma}$ ; б) $\frac{68}{3 + \cos 2\gamma}$ , якщо $\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = 2$   |

#### Відповіді

Варіант 1. 1) а)  $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{15}}{5}, \cos \frac{\alpha}{2} = -\frac{\sqrt{10}}{5}, \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = -\frac{\sqrt{6}}{2}, \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$ ;

б)  $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{5}, \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{5}, \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{3}, \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{4}$ . 2) а)  $-\frac{5}{3}$ ; б) 289.

Варіант 2. 1) а)  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{30}}{10}, \cos \alpha = -\frac{\sqrt{70}}{10}, \operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{7}, \operatorname{ctg} \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{3}$ ;

$$\text{б) } \sin \alpha = \frac{7\sqrt{2}}{10}, \cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{10}, \operatorname{tg} \alpha = -7, \operatorname{ctg} \alpha = -\frac{1}{7}. \text{ 2) а) } \frac{2}{9}; \text{ б) } 25.$$

### III. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАТЬ

#### Фронтальне опитування

1. Чому дорівнює синус суми двох кутів?
2. Чому дорівнює синус різниці двох кутів?
3. Чому дорівнює косинус суми двох кутів?
4. Чому дорівнює косинус різниці двох кутів?
5. Спростіть вираз: 1)  $\operatorname{tg} 9\alpha \cdot \cos 9\alpha$ ; 2)  $\operatorname{ctg} 8\alpha \cdot \sin 8\alpha$ .

### IV. ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

#### План вивчення теми

1. Сума синусів двох кутів.
2. Різниця синусів двох кутів.
3. Сума косинусів двох кутів.
4. Різниця косинусів двох кутів.
5. Сума тангенсів двох кутів.
6. Різниця тангенсів двох кутів.
7. Сума та різниця котангенсів двох кутів.
8. Приклади розв'язання задач, що передбачають застосування формул перетворення суми й різниці тригонометричних функцій на добуток:

### V. ЗАСВОЄННЯ НОВИХ ЗНАТЬ І СПОСОБІВ ДІЙ

#### Робота з підручником

### VI. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАТЬ І ВМІНЬ

#### 1. Робота з підручником

#### 2. Робота в групах

1) Оберіть, хто з членів групи координуватиме роботу й відповідатиме за її кінцевий результат. 2) Складіть план роботи. 3) Розподіліть, хто який пункт плану виконуватиме. 4) Розв'яжіть задачі. 5) Здайте роботи вчителю на перевірку.

**Задача 1.** Перетворіть на добуток вираз:

1)  $\sin 10\alpha - \sin 4\alpha$ ; 2)  $\cos 3\alpha + \cos 19\alpha$ ; 3)  $\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \beta\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \beta\right)$ ;

4)  $\sin\left(\frac{2\pi}{3} + \beta\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \beta\right)$ ; 5)  $\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg}(150^\circ - \beta)$ ;

6)  $\operatorname{ctg}(60^\circ - \beta) + \operatorname{ctg}(60^\circ + \beta)$ ; 7)  $\sin 2\alpha + \cos 12\alpha$ ; 8)  $\sin 7\alpha - \cos 15\alpha$ .

**Задача 2.** Спростіть вираз:

1)  $\frac{\sin 19\alpha - \sin 5\alpha}{\cos 19\alpha - \cos 5\alpha}$ ; 2)  $\frac{\cos 8\alpha + \cos 12\alpha}{\cos 3\alpha + \cos 17\alpha}$ ; 3)  $\frac{\sin 13\alpha - \sin \alpha + \sin 6\alpha}{\cos 13\alpha + \cos \alpha + \cos 6\alpha}$ .

#### 2. Додаткове завдання.

Обчисліть:

$$\frac{\sin 2^\circ + \sin 58^\circ - \cos 28^\circ}{\sin 73^\circ - \cos 73^\circ}$$

Відповідь. 0.

### VII. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

### VIII. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Завдання за підручником: