

УДК 373:512
С77

Старова О. О.

С77 Збірник самостійних та контрольних робіт. Математика.
10 клас. Рівень стандарту / О. О. Старова. — Х. : Вид. група
«Основа», 2018. — 80 с.

ISBN 978-617-00-3442-7.

Пропонований збірник самостійних та контрольних робіт
призначений для перевірки знань учнів 10 класів з алгебри та по-
чатків аналізу, геометрії. Посібник складено відповідно до онов-
леної програми (2017 рік) із математики (рівень стандарту) для
загальноосвітніх навчальних закладів.

Призначено для учнів 10 класів загальноосвітніх шкіл, які
навчаються за рівнем стандарту, та вчителів математики.

УДК 373:512

Навчальне видання

СТАРОВА Ольга Олександрівна

ЗБІРНИК САМОСТІЙНИХ ТА КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Математика. 10 клас. Рівень стандарту

Головний редактор: *І. С. Маркова*
Відповідальний за видання: *Ю. М. Афанасенко*
Технічний редактор: *Є. С. Островський*
Коректор: *О. М. Журенко*

Підп. до друку 04.07.2018. Формат 60×90/16. Папір офсет.
Гарнітура Шкільна. Друк офсет. Ум. друк. арк. 5,00. Зам. № 18-07/16-05.

ТОВ «Видавнича група «Основа»».
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6058 від 01.03.2018 р.
Україна, 61001 Харків, вул. Плеханівська, 66.
Тел. (057) 731-96-32. E-mail: math@osnova.com.ua
Телефон для замовлення: 0-800-505-212
(Безкоштовно з мобільних та стаціонарних телефонів України)

Надруковано у друкарні ТОВ «ТРИАДА-ПАК»
м. Харків, пров. Сімферопольський, 6. Тел. +38(057)703-12-21
www.triada-pack.com, email: sale@triada.kharkov.ua
ISO 9001:2015 № UA228351, FAMO TRIADA LLC (065445)

ISBN 978-617-00-3442-7

© Старова О. О., 2018

© ТОВ «Видавнича група «Основа»», 2018

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	4
АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ	5
Тема 1. Функції, їхні властивості та графіки	5
<i>Самостійна робота № 1.</i> Числові функції та їхні властивості.	5
<i>Самостійна робота № 2.</i> Корінь n -го степеня. Арифметичний корінь n -го степеня, його властивості	6
<i>Самостійна робота № 3.</i> Степінь із раціональним показником. Степеневі функції, їхні властивості та графіки	7
<i>Контрольна робота № 1</i>	9
Тема 2. Тригонометричні функції	13
<i>Самостійна робота № 4.</i> Тригонометричні функції числового аргумента. Радіанне вимірювання кутів	13
<i>Самостійна робота № 5.</i> Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргумента. Формули зведення	14
<i>Самостійна робота № 6.</i> Властивості та графіки тригонометричних функцій	15
<i>Контрольна робота № 2</i>	17
<i>Самостійна робота № 7.</i> Формули додавання для тригонометричних функцій. Тригонометричні формули подвійного аргумента	21
<i>Самостійна робота № 8.</i> Перетворення суми й різниці тригонометричних функцій на добуток. Перетворення добутку тригонометричних функцій на суму	22
<i>Самостійна робота № 9.</i> Найпростіші тригонометричні рівняння	24
<i>Контрольна робота № 3</i>	25
Тема 3. Похідна та її застосування	30
<i>Самостійна робота № 10.</i> Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст ..	30
<i>Самостійна робота № 11.</i> Похідні елементарних функцій. Правила диференціювання.	32
<i>Самостійна робота № 12.</i> Застосування похідної до дослідження функцій	33
<i>Контрольна робота № 4</i>	34
<i>Підсумкова контрольна робота.</i>	38
ГЕОМЕТРИЯ	42
Тема 1. Паралельність прямих і площин у просторі	42
<i>Самостійна робота № 1.</i> Аксиоми стереометрії та наслідки з них	42
<i>Самостійна робота № 2.</i> Взаємне розміщення прямих у просторі	44
<i>Самостійна робота № 3.</i> Паралельність прямої й площини	46
<i>Самостійна робота № 4.</i> Паралельність площин	47
<i>Контрольна робота № 1</i>	49
Тема 2. Перпендикулярність прямих і площин у просторі	54
<i>Самостійна робота № 5.</i> Перпендикулярність прямої й площини. Теорема про три перпендикуляри.	54
<i>Самостійна робота № 6.</i> Перпендикулярність площин	55
<i>Самостійна робота № 7.</i> Відстані в просторі	57
<i>Самостійна робота № 8.</i> Кути в просторі	59
<i>Контрольна робота № 2</i>	61
Тема 3. Координати й вектори	66
<i>Самостійна робота № 9.</i> Прямокутні координати в просторі	66
<i>Самостійна робота № 10.</i> Вектори в просторі. Операції над векторами	67
<i>Контрольна робота № 3</i>	69
<i>Підсумкова контрольна робота.</i>	72
ВІДПОВІДІ	77

ПЕРЕДМОВА

Посібник складений відповідно до оновленої програми з математики для загальноосвітніх навчальних закладів 2017 року (рівень стандарту) і є збірником самостійних та контрольних робіт з алгебри та початків аналізу, геометрії.

Матеріал посібника структуровано за темами відповідно до тем програми.

До кожної теми наведено самостійні роботи у двох рівноцінних варіантах, контрольні роботи у трьох рівноцінних варіантах.

Із метою кращої підготовки учнів до контрольної роботи в посібнику наведено підготовчий (нульовий) варіант контрольної роботи.

Посібник містить 12 самостійних і 5 контрольних робіт з алгебри та початків аналізу, 10 самостійних і 4 контрольні роботи з геометрії.

Кожна самостійна робота містить 2 тестових завдання з вибором однієї правильної відповіді, одне завдання на встановлення відповідності. Завдання 4 і 5 є завданнями відкритої форми.

Контрольні роботи містять 6 тестових завдань із вибором однієї правильної відповіді, завдання 7 — завдання на встановлення відповідності, завдання 8 — структуроване завдання з короткою відповіддю, завдання 9, 10 — завдання відкритої форми з повним обґрунтуванням розв'язання.

На виконання самостійної роботи відводиться 15 хв, контрольної роботи — 45 хв.

Наведемо схему оцінювання контрольної роботи.

1. Кожне завдання 1–6 із вибором однієї правильної відповіді оцінюється в 0 балів або 1 бал. Якщо учень указав правильну відповідь, то він отримує 1 бал. Якщо учень указав неправильну відповідь, або не надав жодної відповіді, то він отримує 0 балів.
2. Завдання на встановлення відповідності («логічні пари») оцінюються в 0, 1, 2, 3 або 4 бали. Учень отримує 1 бал за кожну правильно встановлену відповідність («логічну пару»).
3. Структуроване завдання оцінюється в 0, 1 або 2 бали.
4. Максимальна кількість балів, яку учень може отримати за виконання кожного завдання з повним обґрунтуванням розв'язання — 3 бали.

Отже, максимальна кількість балів, яку може набрати учень, правильно виконавши контрольну роботу, становить 18.

Схема переведення тестових балів в оцінку наведена в таблиці.

Тестові бали	1	2	3	4–5	6–7	8	9–10	11–12	13–14	15–16	17	18
Оцінка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

ТЕМА 1

ФУНКЦІЇ, ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ ТА ГРАФІКИ

Самостійна робота № 1. ЧИСЛОВІ ФУНКЦІЇ ТА ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ

Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- Знайдіть область визначення функції $y = \frac{x}{\sqrt{x-2}}$.
А. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. Б. $(2; +\infty)$. В. $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$. Г. $[2; +\infty)$.
- Знайдіть нулі функції $y = 9x - x^2$.
А. -3 і 0 . Б. 0 і 3 . В. -9 і 0 . Г. 0 і 9 .
- Установіть відповідність між функцією (1–3) та її значенням у точці $x_0 = -2$ (1–4).

1	$y = \sqrt{x+2}$	А	8
2	$y = x^2 - 2x$	Б	-8
3	$y = 2x - 1$	В	0
		Г	-5

- (3 бали). Чи проходить графік функції $y = f(x)$ через точку M , якщо:
 - $y = x^2 + 4$, $M(-2; 0)$;
 - $y = 2x - x^2$, $M(0; 2)$;
 - $y = 3x + 5$, $M(-1; 2)$?
- (4 бали). Побудуйте графік функції $y = x^2 - 4x$ при $x \geq 0$. Добудуйте його так, щоб утворений графік задавав парну функцію.

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$.

А. $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$. Б. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. В. $(3; +\infty)$. Г. $[3; +\infty)$.

2. Знайдіть нулі функції $y = x^2 + 4x$.

А. -4 і 0 . Б. 0 і 2 . В. -2 і 0 . Г. 0 і 4 .3. Установіть відповідність між функцією (1–3) та її значенням у точці $x_0 = -1$ (1–4).

1	$y = \sqrt{x+5}$	А	0
2	$y = x^2 + 2x$	Б	2
3	$y = x + 1$	В	-3
		Г	-1

4 (3 бали). Чи проходить графік функції $y = f(x)$ через точку P , якщо:1) $y = 3 - x^2$, $P(1; 2)$; 2) $y = x^2 + 2x$, $P(0; 2)$; 3) $y = 3 - 5x$, $P(0; -2)$?5 (4 бали). Побудуйте графік функції $y = -x^2 + 4x$ при $x \geq 0$. Добудуйте його так, щоб утворений графік задавав непарну функцію.**Самостійна робота № 2. КОРИНЬ n -го СТЕПЕНЯ.****АРИФМЕТИЧНИЙ КОРИНЬ n -го СТЕПЕНЯ, ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ****Варіант 1**

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Який із наведених виразів не має змісту?

А. $\sqrt[3]{-27}$. Б. $\sqrt[4]{12}$. В. $\sqrt[4]{-12}$. Г. $\sqrt[3]{27}$.2. У виразі $2\sqrt[3]{3}$ внесіть множник під знак кореня.А. $\sqrt[3]{24}$. Б. $\sqrt[3]{6}$. В. $\sqrt[3]{54}$. Г. $\sqrt[3]{18}$.

3. Установіть відповідність між виразом (1–3) та його значенням (А–Г).

1	$\sqrt[4]{16 \cdot 81}$	А	3
2	$\sqrt[3]{\frac{54}{2}}$	Б	0,4
3	$\sqrt[3]{0,16} \cdot \sqrt[3]{0,4}$	В	4
		Г	6

4 (3 бали). Спростіть вираз $\sqrt[4]{16a^8} + \sqrt[5]{32a^{10}} - \sqrt[3]{0,001a^6}$.

5 (4 бали). Обчисліть: $\sqrt[3]{4+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{4-2\sqrt{2}}$.

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Який із наведених виразів не має змісту?

А. $\sqrt[3]{25}$. Б. $\sqrt[4]{16}$. В. $\sqrt[3]{-25}$. Г. $\sqrt[4]{-16}$.

2. У виразі $3\sqrt[3]{2}$ внесіть множник під знак кореня.

А. $\sqrt[3]{18}$. Б. $\sqrt[3]{54}$. В. $\sqrt[3]{6}$. Г. $\sqrt[3]{12}$.

3. Установіть відповідність між виразом (1–3) та його значенням (А–Г).

1	$\sqrt[4]{\frac{32}{2}}$	А	2
2	$\sqrt[3]{16 \cdot 4}$	Б	3
3	$\sqrt[3]{0,9} \cdot \sqrt[3]{0,03}$	В	4
		Г	0,3

4 (3 бали). Спростіть вираз $\sqrt[3]{1000a^6} - \sqrt[7]{128a^{14}} + \sqrt[4]{0,0016a^8}$.

5 (4 бали). Обчисліть: $\sqrt[3]{9-3\sqrt{6}} \cdot \sqrt[3]{9+3\sqrt{6}}$.

Самостійна робота № 3. СТЕПІНЬ ІЗ РАЦІОНАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ. СТЕПЕНЕВІ ФУНКЦІЇ, ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ ТА ГРАФІКИ

Варіант 1

1. Обчисліть: $16^{-\frac{1}{4}}$.

А. -2. Б. $-\frac{1}{2}$. В. 2. Г. $\frac{1}{2}$.

2. Знайдіть область визначення функції $f(x) = x^{\frac{3}{7}}$.

А. $(0; +\infty)$. Б. $(-\infty; +\infty)$. В. $[0; +\infty)$. Г. $\left[\frac{3}{7}; +\infty\right)$.

3. Установіть відповідність між виразом, де $a > 0$, (1–3) і тотожно рівним йому виразом (А–Г).

1	$a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{5}}$	А	$\sqrt[10]{a}$
2	$\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}$	Б	$\sqrt[3]{a^{10}}$
3	$a^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{1}{5}}$	В	$\sqrt[10]{a^7}$
		Г	$\sqrt[10]{a^3}$

- 4 (3 бали). Побудуйте схематично графік функції $f(x) = x^{\frac{1}{4}}$. Порівняйте $f(3)$ і $f(5)$.

- 5 (4 бали). Знайдіть значення виразу $\frac{xy^2 - y^2}{yx^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}}}$ при $x = 25$, $y = 81$.

Варіант 2

1. Обчисліть: $27^{\frac{1}{3}}$.

А. 3. Б. $\frac{1}{3}$. В. -3. Г. $-\frac{1}{3}$.

2. Знайдіть область визначення функції $f(x) = x^{\frac{2}{9}}$.

А. $\left[-\frac{2}{9}; +\infty\right)$. Б. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. В. $[0; +\infty)$. Г. $(0; +\infty)$.

3. Установіть відповідність між виразом, де $a > 0$, (1–3) і тотожно рівним йому виразом (А–Г).

1	$a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{5}}$	А	$\sqrt[15]{a^7}$
2	$\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{5}}$	Б	$\sqrt[15]{a^2}$
3	$a^{\frac{1}{3}} : a^{\frac{1}{5}}$	В	$\sqrt[15]{a^8}$
		Г	$\sqrt[15]{a}$

4 (3 бали). Побудуйте схематично графік функції $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$. Порівняйте $f(9)$ і $f(7)$.

5 (4 бали). Знайдіть значення виразу $\frac{m^{\frac{3}{2}} - m^{\frac{1}{2}}k}{m - 2m^{\frac{1}{2}}k^{\frac{1}{2}} + k}$ при $m = 25$, $k = 9$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 1

Нульовий (підготовчий) варіант

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

- Знайдіть область визначення функції $f(x) = \frac{x}{\sqrt{9+x}}$.
А. $[-9; +\infty)$. Б. $(-9; +\infty)$. В. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. Г. $(-\infty; -9) \cup (-9; +\infty)$.
- Парною чи непарною є функція $y = -3 + x^2$?
А. Парною.
Б. Непарною.
В. Ні парною, ні непарною.
Г. Визначити неможливо.
- Обчисліть: $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$.
А. -3 . Б. $\frac{1}{3}$. В. $-\frac{1}{3}$. Г. Вираз не має змісту.
- Знайдіть значення виразу $\sqrt[5]{\frac{32}{100000}}$.
А. 0,00002. Б. 0,2. В. 0,5. Г. 0,00005.
- Знайдіть $f(4)$, якщо $f(x) = x^{-1,5}$.
А. $\sqrt[3]{16}$. Б. $-\sqrt[3]{16}$. В. -8 . Г. $\frac{1}{8}$.
- Функцію задано формулою $f(x) = x^{-0,2}$. Розташуйте в порядку зростання числа $a = f\left(\frac{1}{3}\right)$, $b = f\left(\frac{1}{2}\right)$, $c = f\left(\frac{1}{4}\right)$.
А. b, a, c . Б. a, b, c . В. c, a, b . Г. a, c, b .

7. Установіть відповідність між функцією (1–4) та її областю значень (А–Д).

1	$y = x^{\frac{3}{2}}$	А	$(0; +\infty)$
2	$y = x^9$	Б	$[0; +\infty)$
3	$y = x^{-3}$	В	$\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$
4	$y = x^{-4}$	Г	$(-\infty; +\infty)$
		Д	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

8. Функцію задано формулою $y = x^\alpha$.

- Обчисліть показник степеня, якщо $\alpha = -3^{\frac{2}{3}} \cdot 9^{\frac{5}{6}}$.
- Побудуйте ескіз графіка функції $y = x^\alpha$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Обчисліть: $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5} + 3}$.

10. Знайдіть значення виразу $\frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}{a^2 b^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}} b}$, якщо $a = 20$, $b = 5^{-1}$.

Варіант 1

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Яке з наведених чисел не належить області визначення функції

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+6,7}}?$$

- А. 1. Б. 0. В. -3. Г. -7.

2. Яка з наведених функцій є парною?

А. $y = x + 1$. Б. $y = \frac{1}{x}$. В. $y = x^2 + 1$. Г. $y = x^2 - x$.

3. Яка з наведених рівностей правильна?

А. $\sqrt[4]{16} = 4$. Б. $\sqrt[7]{-1} = -1$. В. $\sqrt[5]{3,2} = 0,2$. Г. $\sqrt[3]{2} = 8$.

4. Знайдіть значення виразу $\sqrt[3]{27 \cdot 0,001}$.

А. 0,009. Б. $\frac{1}{90}$. В. 0,003. Г. 0,3.

5. Функцію задано формулою $f(x) = x^{-0,75}$. Чому дорівнює $f(81)$?
 А. $\frac{1}{27}$. Б. -27 . В. 3 . Г. -9 .
6. Функцію задано формулою $f(x) = x^{\frac{3}{7}}$. Порівняйте $f(2,8)$ і $f(3,7)$.
 А. $f(2,8) > f(3,7)$. Б. $f(2,8) < f(3,7)$.
 В. $f(2,8) = f(3,7)$. Г. Порівняти неможливо.
7. Установіть відповідність між функцією (1–4) та її областю визначення (А–Д).

1	$y = x^8$	А	$(0; +\infty)$
2	$y = x^{\frac{1}{2}}$	Б	$[0; +\infty)$
3	$y = x^{-5}$	В	$(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$
4	$y = x^{\frac{1}{3}}$	Г	$(-\infty; +\infty)$
		Д	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

8. Функцію задано формулою $y = x^\alpha$.
 1) Обчисліть показник степеня, якщо $\alpha = -5^{1,5} \cdot 25^{\frac{5}{4}}$.
 2) Побудуйте ескіз графіка функції $y = x^\alpha$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Обчисліть: $\sqrt[5]{7 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{17} + 7}$.
10. Знайдіть значення виразу $\frac{a^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{1}{2}}b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}$, якщо $a = 2$, $b = 12,5$.

Варіант 2

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Яке з наведених чисел не належить області визначення функції
 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3,8+x}}$?
 А. -2 . Б. -4 . В. 0 . Г. 1 .
2. Яка з наведених функцій є непарною?
 А. $y = -\frac{1}{x}$. Б. $y = -x^2 + 1$. В. $y = 1 - x$. Г. $y = x - x^2$.

3. Яка з наведених рівностей правильна?

А. $\sqrt[3]{27} = 9$. Б. $\sqrt[6]{6,4} = 0,2$. В. $\sqrt[5]{1} = -1$. Г. $\sqrt[4]{\frac{1}{625}} = \frac{1}{5}$.

4. Знайдіть значення виразу $\sqrt[4]{16 \cdot 0,0001}$.

А. 0,4. Б. 0,2. В. 0,0002. Г. 0,0004.

5. Функцію задано формулою $f(x) = x^{-0,75}$. Чому дорівнює $f\left(\frac{1}{16}\right)$?

А. $\frac{1}{8}$. Б. 4. В. -8. Г. 8.

6. Функцію задано формулою $f(x) = x^{\frac{2}{11}}$. Порівняйте $f(4,6)$ і $f(3,7)$.

А. $f(4,6) = f(3,7)$.

Б. $f(4,6) > f(3,7)$.

В. $f(4,6) < f(3,7)$.

Г. Порівняти неможливо.

7. Установіть відповідність між функцією (1-4) і її областю визначення (А-Д).

1	$y = x^{-4}$	А	$[0; +\infty)$
2	$y = x^{\frac{3}{2}}$	Б	$(-\infty; +\infty)$
3	$y = x^9$	В	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
4	$y = x^{\frac{1}{3}}$	Г	$(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
		Д	$(0; +\infty)$

8. Функцію задано формулою $y = x^\alpha$.

1) Обчисліть показник степеня, якщо $\alpha = 4^{\frac{5}{8}} \cdot 2^{0,25}$.

2) Побудуйте ескіз графіка функції $y = x^\alpha$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Обчисліть: $\sqrt[4]{11 - \sqrt{40}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{40} + 11}$.

10. Знайдіть значення виразу $\frac{ab^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}$, якщо $a = 24,5$, $b = 2$.