

УДК 512
С77

Старова О. О.
С77 Алгебра та початки аналізу. 11 клас. Академічний рівень.
II семестр / О. О. Старова. — Х. : Вид. група «Основа»,
2017. — 120 с. — (Серія «Мій конспект»)

ISBN 978-617-00-3153-2.

Видання «Мій конспект» — це серія посібників, які ставлять за мету надати допомогу вчителю в підготовці до уроку. Автор пропонує базову основу, використовуючи яку, кожен учитель може створити власний конспект уроку.

Пропонований посібник призначений для вчителів, які викладають алгебру і початки аналізу в 11 класі (академічний рівень). У посібнику враховані зміни до навчальних програм, чинні з 2016–2017 н. р. (розглянуті на Колегії МОН 8 вересня 2016 року).

УДК 512

Навчальне видання

Серія «Мій конспект»

СТАРОВА Ольга Олександрівна
АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ. 11 КЛАС.
АКАДЕМІЧНИЙ РІВЕНЬ. II СЕМЕСТР

Навчально-методичний посібник

Головний редактор *І. С. Маркова*
Редактор *Г. О. Новак*
Коректор *О. М. Журенко*
Комп'ютерна верстка *О. В. Лебедєва*

Підп. до друку 16.06.2017. Формат 84×108/16. Папір офсет.
Гарнітура Шкільна. Друк офсет. Ум. друк. арк. 10,92. Зам. № 17-06/23-05.

ТОВ «Видавнича група «Основа»».
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 5216 від 22.09.2016 р.
Україна, 61001 Харків, вул. Плеханівська, 66.
Тел. (057) 731-96-32. E-mail: math@osnova.com.ua

Надруковано у друкарні ТОВ «ТРИАДА-ПАК»
м. Харків, вул. Киргизька, 19. Тел. +38(057)703-12-21
www.triada-pack.com, e-mail: sale@triada.kharkov.ua

© Старова О. О., 2017
© Корягін В. О., дизайн обкладинки, 2017
© ТОВ «Видавнича група «Основа»», 2017

ISBN 978-617-00-3153-2

Зміст

Передмова	2	Урок № 78. Найбільш поширені способи розв'язання рівнянь	63
Календарне планування вивчення алгебри і початків аналізу в 11 класі	3	Урок № 79. Основні способи розв'язання систем рівнянь	65
Урок № 49. Обчислення площ плоских фігур	5	Урок № 80. Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота	67
Урок № 50. Обчислення площ плоских фігур	7	Урок № 81. Цілі та дробові раціональні нерівності	69
Урок № 51. Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач	9	Урок № 82. Ірраціональні нерівності	71
Урок № 52. Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач	11	Урок № 83. Показникові та логарифмічні нерівності	73
Урок № 53. Узагальнення знань із теми «Інтеграл та його застосування»	13	Урок № 84. Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота	75
Урок № 54. Контрольна робота № 3	15	Урок № 85. Задачі на арифметичні співвідношення між об'єктами	77
Урок № 55. Числові множини. Дробові пропорції	17	Урок № 86. Задачі на відсотки	79
Урок № 56. Формули скороченого множення	19	Урок № 87. Задачі на відсотки	81
Урок № 57. Степені. Ірраціональні вирази	21	Урок № 88. Задачі на подільність чисел	83
Урок № 58. Тригонометричні вирази	23	Урок № 89. Задачі на рух і роботу	85
Урок № 59. Тригонометричні вирази	25	Урок № 90. Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота	87
Урок № 60. Тригонометричні вирази	27	Урок № 91. Числові послідовності. Арифметична прогресія	89
Урок № 61. Логарифмічні вирази	29	Урок № 92. Геометрична прогресія	91
Урок № 62. Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота	31	Урок № 93. Похідна та її застосування	93
Урок № 63. Означення й основні властивості функції	33	Урок № 94. Похідна та її застосування	95
Урок № 64. Лінійна функція	35	Урок № 95. Інтеграл та його застосування	97
Урок № 65. Квадратична функція	37	Урок № 96. Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота	99
Урок № 66. Степенева функція	39	Урок № 97. Основні поняття комбінаторики	101
Урок № 67. Тригонометричні та обернені тригонометричні функції	41	Урок № 98. Основні поняття теорії ймовірностей	103
Урок № 68. Тригонометричні та обернені тригонометричні функції	43	Урок № 99. Основні поняття математичної статистики	105
Урок № 69. Тригонометричні та обернені тригонометричні функції	45	Урок № 100. Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота	107
Урок № 70. Показникова і логарифмічна функції	47	Урок № 101. Підсумкова контрольна робота	109
Урок № 71. Побудова графіків функцій методом геометричних перетворень	49	Урок № 102. Узагальнення шкільного курсу алгебри	111
Урок № 72. Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота	51	Урок № 103 (резервна година). Розв'язування структурованих задач	113
Урок № 73. Цілі та дробові раціональні рівняння	53	Урок № 104 (резервна година). Розв'язування задач на встановлення відповідностей	115
Урок № 74. Ірраціональні рівняння	55	Урок № 105 (резервна година). Виконання тренувальних тестів	117
Урок № 75. Тригонометричні рівняння	57	Відповіді	119
Урок № 76. Тригонометричні рівняння	59	Література	120
Урок № 77. Показникові та логарифмічні рівняння	61		

ПЕРЕДМОВА

Пропонований посібник призначений для вчителів, які викладають алгебру і початки аналізу в 11 класі (академічний рівень). У посібнику враховані зміни до навчальних програм, чинні з 2016–2017 н. р. (розглянуті на Колегії МОН 8 вересня 2016 року).

Основна мета посібника — надати допомогу вчителю під час підготовки та проведення уроків. У наведених конспектах подається тема, цілі, тип уроку. Зверніть увагу, що цілі уроку складені відповідно до чинного Державного стандарту (2011 р.) і відображають формування предметних і ключових компетентностей.

Змістова частина конспектів уроків має заголовок «Хід уроку». Тут відображено: етапи уроку; зміст навчального матеріалу, що виноситься на урок; систему завдань, необхідну для досягнення мети.

Запропоновані конспекти уроків відповідають діяльнісному підходу до вивчення математики. Більша частина часу на уроці відведена для роботи учнів (а не розповіді вчителя), для чого на різних етапах уроку запропоновані різноманітні види робіт: фронтальне опитування, тестові завдання, самостійні роботи, математичні диктанти, завдання на встановлення відповідності тощо, передбачені індивідуальні завдання для учнів, які мають достатній та високий рівні навчальних досягнень, завдання за вибором учнів, робота в парах і групах, само- та взаємооцінювання учнів.

Мотивація навчальної діяльності учнів ґрунтується на застосуванні власного досвіду учнів, формуванні вміння аналізувати, зіставляти, порівнювати, робити висновки, висувати гіпотези, ставити цілі.

Роботу на етапі вивчення нового матеріалу вчитель організовує на власний розсуд. Залежно від матеріалу, що вивчається, і рівня підготовленості класу це може бути лекція вчителя, лекція з елементами бесіди, самостійне опрацювання учнями тексту підручника, презентація учнів, які заздалегідь отримали завдання опрацювати матеріал уроку.

У посібнику наведено тексти контрольних робіт у двох варіантах, які складені з урахуванням структури завдань зовнішнього незалежного оцінювання: тестові завдання, завдання на встановлення відповідності, структуровані задачі, задачі з повним розв'язанням.

Учням із високим рівнем навчальних досягнень можна запропонувати для виконання вдома додаткові завдання, які мають творчий або пошуковий характер.

Проведення організаційного етапу, рефлексії та підбиття підсумків уроку вчитель планує залежно від особливостей класу, методів роботи, власного досвіду.

Автор сподівається, що вчителі не формально використовуватимуть матеріали посібника, а візьмуть їх за основу й творчо доповнять запропоновані конспекти уроків, ураховуючи особливості кожного класу.

**КАЛЕНДАРНЕ ПЛАНУВАННЯ ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ В 11 КЛАСІ
(ІІ СЕМЕСТР — 57 ГОД, 3 ГОД НА ТИЖДЕНЬ)**

№ уроку	Зміст навчального матеріалу	Дата	Примітки
ІІ семестр			
Тема 3. Інтеграл та його застосування (20 год, продовження)			
49, 50	Обчислення площ плоских фігур		
51, 52	Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач		
53	Узагальнення знань із теми «Інтеграл та його застосування»		
54	Контрольна робота № 3		
Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач (51 год)			
Повторення теми «Числа і вирази»			
55	Числові множини. Дроби і пропорції		
56	Формули скороченого множення		
57	Степені. Ірраціональні вирази		
58–60	Тригонометричні вирази		
61	Логарифмічні вирази		
62	Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота		
Повторення теми «Функції та їхні графіки»			
63	Означення й основні властивості функції		
64	Лінійна функція		
65	Квадратична функція		
66	Степенева функція		
67–69	Тригонометричні та обернені тригонометричні функції		
70	Показникова і логарифмічна функції		
71	Побудова графіків функцій методом геометричних перетворень		
72	Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота		
Повторення теми «Рівняння та системи рівнянь»			
73	Цілі та дробові раціональні рівняння		
74	Ірраціональні рівняння		
75, 76	Тригонометричні рівняння		
77	Показникові та логарифмічні рівняння		
78	Найбільш поширені способи розв'язання рівнянь		
79	Основні способи розв'язання систем рівнянь		
80	Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота		

№ уроку	Зміст навчального матеріалу	Дата	Примітки
Повторення теми «Нерівності та системи нерівностей»			
81	Цілі та дробові раціональні нерівності		
82	Ірраціональні нерівності		
83	Показникові та логарифмічні нерівності		
84	Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота		
Повторення теми «Текстові задачі»			
85	Задачі на арифметичні співвідношення між об'єктами		
86, 87	Задачі на відсотки		
88	Задачі на подільність чисел		
89	Задачі на рух і роботу		
90	Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота		
Повторення теми «Елементи математичного аналізу»			
91	Числові послідовності. Арифметична прогресія		
92	Геометрична прогресія		
93, 94	Похідна та її застосування		
95	Інтеграл та його застосування		
96	Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота		
Повторення теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики»			
97	Основні поняття комбінаторики		
98	Основні поняття теорії ймовірностей		
99	Основні поняття математичної статистики		
100	Розв'язування задач. Тренувальна самостійна робота		
Підсумкова контрольна робота, узагальнення шкільного курсу алгебри, резервні години			
101	Підсумкова контрольна робота		
102	Узагальнення шкільного курсу алгебри		
103	(Резервна година) Розв'язування структурованих задач		
104	(Резервна година) Розв'язування задач на встановлення відповідностей		
105	(Резервна година) Виконання тренувальних тестів		

Цілі:

- **навчальна:** сформулювати вміння обчислювати площі плоских фігур за допомогою визначеного інтеграла; _____
- **розвивальна:** формувати культуру усного та писемного мовлення; _____
- **виховна:** виховувати наполегливість у досягненні мети, дисциплінованість; _____

Тип уроку: засвоєння нових знань і вмінь.

Обладнання та наочність: _____

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП**II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ****III. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАТЬ****Виконання усних вправ**

1. Знайдіть проміжки знакосталості функції:

1) $f(x) = x - 2$; 2) $f(x) = (x + 1)^3$; 3) $f(x) = x^2 - 2x$; 4) $f(x) = 3x - x^2$.

2. Порівняйте значення функцій $f_1(x)$ і $f_2(x)$ на відрізку $[a; b]$, якщо:

1) $f_1(x) = (x - 2)^2$, $f_2(x) = x$, $a = 1$, $b = 4$; 2) $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = \sqrt{x}$, $a = 0$, $b = 1$.

IV. ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ*План вивчення теми*

1. Обчислення площ плоских фігур.

1) Якщо функція $f(x)$ неперервна і невід'ємна на відрізку $[a; b]$, то площу фігури, обмеженої графіком цієї функції та прямими $x = a$ і $x = b$, обчислюють за формулою $S = \int_a^b f(x) dx$.

2) Якщо неперервна функція $f(x) \leq 0$ на відрізку $[a; b]$, то площу відповідної криволінійної трапеції обчислюють за формулою $S = -\int_a^b f(x) dx$.

3) Якщо функція неперервна на відрізку $[a; b]$ і набуває на цьому відрізку як додатних, так і від'ємних значень, то відрізок $[a; b]$ слід розбити на такі частини, на кожній із яких функція $f(x)$ зберігає свій знак, потім обчислити відповідні цим частинам площі й здобуті результати додати.

4) Площу фігури, обмеженої графіками двох неперервних функцій $f_1(x)$, $f_2(x)$ і двома прямими $x = a$, $x = b$, де $f_1(x) \geq f_2(x)$ на відрізку $[a; b]$, обчислюють за формулою $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$.

2. Приклади обчислення площ плоских фігур.

V. ЗАСВОЄННЯ НОВИХ ЗНАТЬ І СПОСОБІВ ДІЙ

1. Робота з підручником

2. Додаткові завдання

- 1) Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції $y = \sin x$, відрізком $[0; \pi]$ осі Ox і прямою, що проходить через точки з координатами $(0; 0)$ і $(\frac{\pi}{2}; 1)$;
- 2) Обчисліть площу фігури, обмеженої параболою $y = -x^2 + 4x - 3$ і прямою, що проходить через точки з координатами $(0; 0)$ і $(0; -3)$.
- 3) Площа фігури, обмеженої графіком функції $y = \sin 2x$, прямими $x = \frac{\pi}{6}$, $x = a$ і $y = 0$, дорівнює $0,5$. Обчисліть a .

VI. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАТЬ І ВМІНЬ

1. Робота з підручником

2. Робота в групах

- 1) Оберіть, хто з членів групи координуватиме роботу і відповідатиме за її кінцевий результат. 2) Складіть план роботи. 3) Розподіліть, хто який пункт плану виконуватиме. 4) Розв'яжіть задачу. 5) Здайте роботи вчителю на перевірку.

Задача. Обчисліть площу фігури, обмеженої:

- 1) графіком функції $y = -\frac{2}{3}x$ і прямими $x = 1$ і $x = 3$ (рис. 1);
- 2) графіком функції $y = 1 - x^2$ і прямими $x = 0$ і $x = 2$ (рис. 2);
- 3) графіками функцій $y = \frac{3}{x}$ і $y = 4 - x$ (рис. 3).

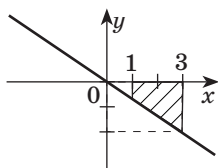


Рис. 1

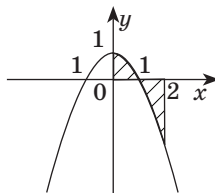


Рис. 2

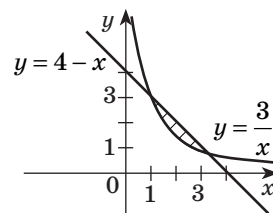


Рис. 3

VII. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

VIII. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Завдання за підручником:
2. Додаткове завдання. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції $f(x) = 8 - 0,5x^2$, дотичною до нього в точці з абсцисою $x = -2$ і прямою $x = 1$.
Відповідь. 4,5.

Цілі:

- **навчальна:** удосконалити вміння розв'язувати задачі, що передбачають обчислення площ плоских фігур за допомогою визначеного інтеграла; _____
- **розвивальна:** формувати вміння аналізувати ситуацію; _____
- **виховна:** виховувати свідоме ставлення до навчання; _____

Тип уроку: удосконалення знань і вмінь.

Обладнання та наочність: _____

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

1. Перевірка завдання, заданого за підручником

2. Виконання завдань на встановлення відповідності

Варіант 1

Установіть відповідність між заданою фігурою (1–4) та формулою для обчислення її площі (А–Д).

1	Фігура, обмежена параболою $y = x(x - 4)$ і прямою $y = -3$	А	$\int_0^4 (4x - x^2) dx$
2	Фігура, обмежена параболою $y = x^2 - 4x + 3$ і прямою $y = 3$	Б	$\int_4^5 (x^2 - 4x) dx$
3	Фігура, обмежена параболою $y = x^2 - 4x + 3$ і прямою $y = 8$	В	$\int_{-1}^5 (x^2 - 4x - 5) dx$
4	Фігура, обмежена параболою $y = x(x - 4)$ і прямими $y = 0, x = 5$	Г	$\int_{-1}^5 (5 + 4x - x^2) dx$
		Д	$\int_1^3 (4x - x^2 - 3) dx$

Варіант 2

Установіть відповідність між заданою фігурою (1–4) та формулою для обчислення її площі (А–Д).

1	Фігура, обмежена параболою $y = x(x - 2)$ і прямою $y = 3$	А	$\int_2^4 (x^2 - 2x) dx$
2	Фігура, обмежена параболою $y = x^2 - 2x - 3$ і прямою $y = -3$	Б	$\int_0^2 (2x - x^2) dx$
3	Фігура, обмежена параболою $y = x^2 - 2x - 3$ і прямою $y = 5$	В	$\int_{-1}^3 (3 + 2x - x^2) dx$
4	Фігура, обмежена параболою $y = x(x - 2)$ і прямими $y = 0, x = 4$	Г	$\int_{-2}^4 (x^2 - 2x - 9) dx$
		Д	$\int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$

Відповіді	Варіант 1	1 — Д. 2 — А. 3 — Г. 4 — Б
	Варіант 2	1 — В. 2 — Б. 3 — Д. 4 — А

III. УДОСКОНАЛЕННЯ ЗНАТЬ І ВМІНЬ

1. Робота з підручником _____

2. Додаткові завдання

- У деякій точці графіка функції $y = \sqrt{x}$ дотична нахилена до осі абсцис під кутом 45° . Обчисліть площу фігури, обмеженої цією дотичною і прямими $y = 0$ і $x = 0,25$.
- Фігуру утворено графіком функції $y = \sin x$ і прямими $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Складіть рівняння прямої, яка проходить через початок координат і ділить цю фігуру на дві рівновеликі частини.

IV. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАТЬ І ВМІНЬ

1. Робота з підручником _____

2. Самостійна робота

Варіант 1	Варіант 2
1) Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:	
$y = x^2$ і $y = 4x - x^2$	$y = x^2$ та $y = 2x - x^2$
2) Знайдіть площу фігури, обмеженої параболою $y = f(x)$, дотичною, проведеною до цієї параболи в точці x_0 , та віссю ординат, якщо	
$y = 3x - x^2$, $x_0 = 3$	$y = 2x - x^2$, $x_0 = 2$
3) Знайдіть площу фігури, обмеженої графіками функцій	
$y = \sqrt{x+1}$, $y = \sqrt{7-x}$ та віссю абсцис	$y = \sqrt{x+3}$, $y = \sqrt{5-x}$ та віссю абсцис

Відповіді	Варіант 1	1) $2\frac{2}{3}$. 2) 9. 3) $10\frac{2}{3}$.
	Варіант 2	1) $\frac{1}{3}$. 2) $2\frac{2}{3}$. 3) $10\frac{2}{3}$.

V. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

VI. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Завдання за підручником: _____

- Додаткове завдання. Із точки $A\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ до параболи $y = 2x^2 - 6x + 9$ проведено дотичну, яка утворює з додатним напрямом осі абсцис гострий кут. Обчисліть площу фігури, обмеженої параболою, осями координат і цією дотичною.

Відповідь. 11,25.

Урок № 51. ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕГРАЛА ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

Дата _____

Клас _____

Цілі:

- **навчальна:** сформувати вміння застосовувати інтеграл до розв'язування практичних задач, зокрема обчислення об'ємів тіл; _____
- **розвивальна:** формувати вміння вибирати і використовувати необхідну інформацію для розв'язування задачі; _____
- **виховна:** виховувати інтерес до вивчення математики, цілеспрямованість; _____

Тип уроку: засвоєння нових знань і вмінь.

Обладнання та наочність: _____

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

1. Перевірка завдання, заданого за підручником

2. Розв'язування задач

Колективне розв'язування задач, аналогічних до тих, що були задані додому

Індивідуальні завдання для учнів, які мають достатній та високий рівні навчальних досягнень

№1. Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = \frac{4}{x^2}$, $x = 1$, $y = x - 1$.

№2. Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = \frac{9}{x^2}$, $x = 2$, $y = x - 2$.

№3. Користуючись геометричними міркуваннями, обчисліть інтеграл

$$\int_{-2}^2 (3 + \sqrt{4 - x^2}) dx.$$

№4. Користуючись геометричними міркуваннями, обчисліть інтеграл

$$\int_{-3}^3 (3 + \sqrt{9 - x^2}) dx.$$

III. ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

План вивчення теми

1. Об'єм тіла, одержаного в результаті обертання навколо осі Ox криволінійної трапеції, яка обмежена графіком неперервної і невід'ємної на відріжку $[a; b]$ функції $y = f(x)$ і прямими $x = a$ і $x = b$: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

2. Об'єм тіла, уміщеного між двома перпендикулярними до осі Ox площинами, що проходять через точки $x = a$ і $x = b$: $V = \int_a^b S(x) dx$, де

$S(x)$ — площа перерізу тіла площиною, що проходить через точку $x \in [a; b]$ і перпендикулярна до осі Ox .

3. Приклади обчислення об'ємів тіл.

IV. ЗАСВОЄННЯ НОВИХ ЗНАТЬ І СПОСОБІВ ДІЙ

1. Робота з підручником

2. Додаткові завдання

- 1) Криволінійна трапеція, обмежена графіком функції $y = \sin x$, $x \in [0; \pi]$ і віссю абсцис, обертається навколо осі Ox . Знайдіть об'єм тіла, утвореного в результаті цього обертання.
- 2) Обчисліть об'єм тіла, утвореного обертанням фігури, обмеженої лініями $y = \frac{2}{\pi}x$ і $y = \sin x$, $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ навколо осі Ox .
- 3) Обчисліть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі Ox фігури, обмеженої лініями $y = x^3$, $y = 1$, $x = 3$.
- 4) Обчисліть об'єм тіла, утвореного в результаті обертання криволінійної трапеції, обмеженої лініями $y = \sqrt{x}$, $x = 4$, $y = 0$ навколо:
а) осі Ox ; б) осі Oy .
- 5) Виведіть формулу об'єму шарового сегмента, радіус якого дорівнює R , а висота — H .
- 6) Виведіть формулу об'єму зрізаного конуса, висота якого дорівнює H , а радіуси основ — R і r .

V. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАТЬ І ВМІНЬ

1. Робота з підручником

2. Робота в групах

- 1) Оберіть, хто з членів групи координуватиме роботу і відповідатиме за її кінцевий результат. 2) Складіть план роботи. 3) Розподіліть, хто який пункт плану виконуватиме. 4) Розв'яжіть задачу. 5) Здайте роботи вчителю на перевірку.

Задача. Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис криволінійної трапеції, обмеженої лініями:

- а) $y = x^2 + 1$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$; б) $y = \sqrt{x}$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$;
- в) $y = \sqrt{x}$, $x = 1$, $y = 0$; г) $y = 1 - x^2$, $y = 0$.

VI. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

VII. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Завдання за підручником:
2. Додаткове завдання. Обчисліть об'єм пісочного годинника, бічна поверхня якого утворена обертанням навколо осі ординат лінії $y = \arccos x$.

Відповідь. $\frac{\pi^2}{2}$.

Указівка. Обертання графіка функції $y = \arccos x$ навколо осі ординат можна замінити обертанням графіка функції $y = \cos x$, $x \in [0; \pi]$ навколо осі абсцис. Одержимо той самий годинник, тільки покладений на бік. Тоді

$$V = \pi \int_0^{\pi} \cos^2 x dx.$$

Урок № 52. ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕГРАЛА ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

Дата _____

Клас _____

Цілі:

- **навчальна:** розглянути приклади застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач; сформулювати вміння розв'язувати задачі, що передбачають використання інтеграла; _____
- **розвивальна:** формувати вміння визначати мету навчальної діяльності; _____
- **виховна:** виховувати зацікавленість у пізнанні нового, творчу активність; _____

Тип уроку: засвоєння нових знань і вмінь.

Обладнання та наочність: _____

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

1. Перевірка завдання, заданого за підручником

2. Розв'язування задач

Коллективне розв'язування задач, аналогічних до тих, що були задані додому

Індивідуальні завдання для учнів, які мають достатній та високий рівні навчальних досягнень

№ 1. Обчисліть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис криволінійної трапеції, обмеженої лініями $y = 3x + 1$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$.

№ 2. Обчисліть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис криволінійної трапеції, обмеженої лініями $y = 2x + 1$, $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$.

№ 3. Обчисліть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис фігури, обмеженої лініями $y = \sqrt{x}$, $x = 2$, $y = 1$.

№ 4. Обчисліть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис фігури, обмеженої лініями $y = x^2 + 1$, $x = 1$, $y = 1$.

III. ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

План вивчення теми

Приклади застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач:

1. Обчислення переміщення точки, якщо відомий закон, за яким змінюється швидкість точки.

2. Обчислення роботи, яку необхідно виконати для переміщення тіла з точки a в точку b .

3. Обчислення маси тіла, якщо відома функція, що задає лінійну густину тіла.

4. Обчислення електричного заряду, якщо відома функція, що задає силу струму.

5. Обчислення кількості теплоти, якщо відома функція, що задає теплоємність.

Опорний конспект

Величини	s — переміщення v — швидкість	A — робота F — сила	m — маса ρ — лінійна густина	q — електричний заряд, I — сила струму	Q — кількість теплоти c — теплоємність
Інтеграли для обчислення	$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$	$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$	$m = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) dx$	$q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt$	$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt$

IV. ЗАСВОЄННЯ НОВИХ ЗНАНЬ І СПОСОБІВ ДІЙ

1. Робота з підручником

2. Додаткові завдання

- 1) Пружина розтягується на 0,02 м під дією сили в 60 Н. Яку роботу виконує сила, розтягуючи пружину на 0,12 м?
- 2) Із цистерни, що має форму конуса з радіусом основи R і висотою H , відкачують воду через вершину конуса. Знайдіть роботу, яка при цьому здійснюється. Обчисліть, якщо $R = 3$ м, $H = 5$ м, густина води $\rho = 1$ г/см³.
- 3) Матеріальна точка M рухається координатною прямою під дією сили, величина якої змінюється пропорційно відстані точки до початку координат O . Відомо, що напрям сили збігається із напрямом осі, а сила дорівнює 1Н, якщо відстань $MO = 3$ м. Обчисліть роботу сили з переміщення точки на відстань 15 м від початку координат.

V. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

1. Робота з підручником

2. Робота в парах

Обговоріть план виконання завдань. Розподіліть, хто розв'язуватиме задачу 1, а хто — задачу 2. Розв'яжіть задачі і здійсніть взаємоперевірку. Здайте роботу вчителю на перевірку.

Задача 1. Швидкість руху тіла задано рівнянням $v = 3t^2 + 2t - 1$ (м/с). Знайдіть відстань, яку пододало тіло за 10 с від початку руху.

Задача 2. Швидкість руху тіла в момент часу t (с) задано формулою $v = 15 - 3t$ (м/с). Який шлях подолає тіло від початку відліку до повної зупинки?

VI. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

VII. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Завдання за підручником:
2. Додаткове завдання. Матеріальна точка рухається за законом $x(t) = 2t + 3t^2$. Яке переміщення здійснює точка між 2-ою та 4-ою секундами руху?
Відповідь. 68.

Урок № 53. УЗАГАЛЬНЕННЯ ЗНАНЬ ІЗ ТЕМИ
«ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ»

Дата _____

Клас _____

Цілі:

- **навчальна:** узагальнити та систематизувати знання учнів із теми «Інтеграл та його застосування»; удосконалити вміння розв'язувати задачі з цієї теми; _____
- **розвивальна:** формувати вміння систематизувати й узагальнювати матеріал; _____
- **виховна:** виховувати свідоме ставлення до навчання, почуття відповідальності; _____

Тип уроку: узагальнення та систематизація знань.

Обладнання та наочність: _____

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

1. Перевірка завдання, заданого за підручником

2. Самостійна робота з подальшою взаємоперевіркою і взаємооцінюванням

Варіант 1

- 1) Швидкість руху тіла задано рівнянням $v(t) = 3t^2 + 2t - 1$. Знайдіть шлях (у метрах), який подолає тіло за 2 с від початку руху.
- 2) Точка рухається по прямій так, що її швидкість у момент часу t дорівнює $v(t) = 10 - 0,2t$. Знайдіть шлях, який подолає точка за час від 3 до 10 с, якщо швидкість вимірюється в метрах за секунду.

Варіант 2

- 1) Швидкість руху тіла задано рівнянням $v(t) = 3t^2 + 4t - 2$. Знайдіть шлях (у метрах), який пройде тіло за 3 с від початку руху.
- 2) Точка рухається по прямій так, що її швидкість у момент часу t дорівнює $v(t) = 3 + 0,2t$. Знайдіть шлях, який пройде точка за час від 1 до 7 с, якщо швидкість вимірюється в метрах за секунду.

Відповіді

Варіант 1	1) 10 м. 2) 60,9 м
Варіант 2	1) 39 м. 2) 22,8 м

III. УЗАГАЛЬНЕННЯ І СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ЗНАНЬ

1. Фронтальне опитування

- 1) Сформулюйте означення первісної для функції.
- 2) Сформулюйте основну властивість первісної.
- 3) Сформулюйте правила знаходження первісних.
- 4) Поясніть, що таке первісна, яка задовольняє задані початкові умови.
- 5) Яку фігуру називають криволінійною трапецією? Наведіть приклади криволінійних трапецій.

- 6) Поясніть, що таке інтеграл. Запишіть формулу Ньютона–Лейбніца.
 7) Сформулюйте властивості визначеного інтеграла.
 8) Запишіть формулу для обчислення площі криволінійної трапеції. Наведіть приклади обчислення площ плоских фігур.
 9) Наведіть приклади застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач.

2. Огляд типових вправ

- 1) Перевірте, чи є функція $F(x)$ первісною для функції $f(x)$, якщо:
 а) $F(x) = x^2 - x$, $f(x) = 2x - 1$; б) $F(x) = \frac{1}{x^2} - \sin x$, $f(x) = -\frac{1}{x^3} + \cos x$.
 2) Запишіть загальний вигляд первісних для функції:
 а) $f(x) = kx + b$ (k і b — сталі); б) $f(x) = x^n$ (n — ціле число, $n \neq 1$);
 в) $f(x) = \cos x$; г) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.
 3) Знайдіть загальний вигляд первісних для функції:
 а) $f(x) = \sin x - \cos x$; б) $f(x) = \sin 3x - \frac{2}{\cos^2 x}$; в) $f(x) = (4 - 5x)^3 - \frac{1}{(2x - 1)^3}$.
 4) Для функції $f(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{3}{x^2}$ знайдіть первісну $F(x)$, якщо $F(3) = 5$.
 5) Для функції $f(x) = \sin 2x$ знайдіть первісну, графік якої проходить через точку $M\left(\frac{\pi}{4}; -2\right)$.
 6) Обчисліть: а) $\int_0^3 x^2 dx$; б) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sin x dx$; в) $\int_{-3}^3 \frac{1}{x^2} dx$; г) $\int_{-3}^3 x^3 dx$.
 7) Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями:
 а) $y = x^2$, $y = 0$, $x = 4$; б) $y = x^3$, $y = 0$, $x = -3$, $x = 1$; в) $y = x^2$ і $y = 3x$.
 8) Швидкість руху тіла задано рівнянням $v = 6t^2 + 4$ (м/с). Знайдіть шлях, який пододало тіло за 5 с від початку руху.

IV. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Робота з підручником

2. Додаткові завдання

- 1) Якою формулою можна задати функцію $f(x)$, якщо $f'(x) = \frac{4}{\sin^2 x}$?
 2) Знайдіть функцію $f(x)$, якщо її графік проходить через точку $A(0; 9)$,
 а $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + 1$.

V. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

VI. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

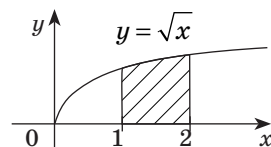
1. Завдання за підручником: _____
 2. Додаткове завдання. Знайдіть числа a і b , при яких функція $f(x) = a \sin \pi x + b$ задовольняє умови: $f'(2) = 2$, $\int_0^2 f(x) dx = 4$.
 Відповідь. $a = \frac{2}{\pi}$, $b = 2$.

ТЕКСТ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ № 3

Варіант 1

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

- Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x) = 8x^3 + 3$.
 А. $\frac{1}{2}x^4 + 3x + C$. Б. $2x^4 + 3$. В. $2x^4 + 3x + C$. Г. $24x^4 + C$.
- Знайдіть первісну для функції $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 1$, графік якої проходить через точку $M(9; -4)$.
 А. $2\sqrt{x} - x - 1$. Б. $\sqrt{x} - x + 2$. В. $\frac{1}{2\sqrt{x}} - 8$. Г. $-2\sqrt{x} - x + \frac{3}{2}$.
- Обчисліть: $\int_1^3 \frac{1}{x^3} dx$. А. $\frac{7}{18}$. Б. $\frac{9}{18}$. В. $\frac{4}{9}$. Г. $\frac{9}{4}$.
- Обчисліть: $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{2}{\cos^2 x} dx$. А. $2\sqrt{3}$. Б. -2 . В. 2 . Г. 1 .
- Швидкість руху тіла змінюється за законом $v(t) = 3t + 4$ (м/с). Який шлях подолає тіло за 2 с від початку руху?
 А. 8 м. Б. 10 м. В. 12 м. Г. 14 м.
- За якою формулою можна обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис криволінійної трапеції, зображеної на рисунку?
 А. $\pi \int_1^2 \sqrt{x} dx$. Б. $\pi \int_0^2 x dx$. В. $\pi \int_0^2 \sqrt{x} dx$. Г. $\pi \int_0^2 x dx$.
- Установіть відповідність між функцією (1–4) і первісною для цієї функції (А–Д).



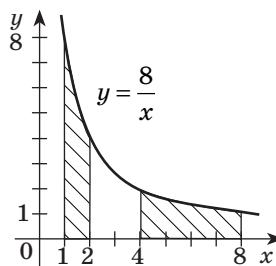
1	$f(x) = 2x^{\frac{1}{2}}$	А	$F(x) = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$
2	$f(x) = -2x^{-\frac{5}{2}}$	Б	$F(x) = -4x^{-\frac{1}{2}} + C$
3	$f(x) = 2x^{\frac{3}{2}}$	В	$F(x) = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$
4	$f(x) = 2x^{-\frac{3}{2}}$	Г	$F(x) = 4x^{\frac{3}{2}} + C$
		Д	$F(x) = \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$

8. Функцію задано формулою $f(x) = a^2 + 10ax + 4x^3$, де a — стала.

- Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x)$.
- Знайдіть усі значення a , для яких виконується нерівність $\int_0^1 f(x) dx \leq 7$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Доведіть, що площі криволінійних трапецій, зображених на рисунку, рівні.



10. Побудуйте графік функції $f(x) = \int_0^x (2t + 8) dt$. Знайдіть область значень цієї функції.

Варіант 2

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x) = 6x^2 + 5$.

А. $3x^3 + 5x + C$. Б. $2x^3 + 5x + C$. В. $\frac{1}{3}x^3 + 5$. Г. $12x^3 + C$.

2. Знайдіть первісну для функції $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 3$, графік якої проходить через точку $M(4;12)$.

А. $\sqrt{x} + 3x - 2$. Б. $\frac{\sqrt{x}}{2} + 3x - 2$. В. $2\sqrt{x} + 3x - 1$. Г. $\sqrt{x} + 3x - \frac{1}{2}$.

3. Обчисліть: $\int_1^2 \frac{1}{x^4} dx$. А. $-\frac{9}{24}$. Б. $\frac{7}{8}$. В. $-\frac{7}{8}$. Г. $\frac{7}{24}$.

4. Обчисліть: $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2}{\sin^2 x} dx$. А. 2. Б. -2. В. $2\sqrt{3}$. Г. 4.

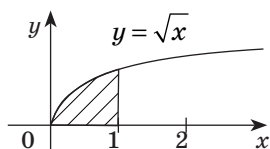
5. Швидкість руху тіла змінюється за законом $v(t) = 3 + 2t$ (м/с). Який шлях подолає тіло за 3 с від початку руху?

А. 14 м. Б. 16 м. В. 18 м. Г. 20 м.

6. За якою формулою можна обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис криволінійної трапеції, зображеної на рисунку?

А. $\pi \int_0^1 \sqrt{x} dx$. Б. $\pi \int_1^2 x dx$. В. $\pi \int_0^1 x dx$. Г. $\pi \int_0^2 \sqrt{x} dx$.

7. Установіть відповідність між функцією (1–4) і первісною для цієї функції (А–Д).



1	$f(x) = 3x^{\frac{1}{3}}$	А	$F(x) = 9x^{-\frac{4}{3}} + C$
2	$f(x) = -3x^{-\frac{5}{3}}$	Б	$F(x) = \frac{9}{5}x^{\frac{5}{3}} + C$
3	$f(x) = 3x^{\frac{2}{3}}$	В	$F(x) = 9x^{\frac{1}{3}} + C$
4	$f(x) = 3x^{-\frac{2}{3}}$	Г	$F(x) = \frac{9}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$
		Д	$F(x) = \frac{9}{2}x^{-\frac{2}{3}} + C$

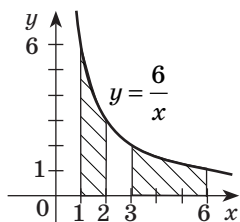
8. Функцію задано формулою $f(x) = b^2 - 4bx - 32x^3$, де b — стала.

1) Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x)$.

2) Знайдіть усі значення b , для яких виконується нерівність $\int_0^1 f(x) dx < 0$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Доведіть, що площі криволінійних трапецій, зображених на рисунку, рівні.



10. Побудуйте графік функції $f(x) = \int_0^x (10 - 2t) dt$. Знайдіть область значень цієї функції.

ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

Цілі:

- **навчальна:** узагальнити і систематизувати знання учнів із теми «Числові множини. Дроби та пропорції»; удосконалити вміння розв'язувати задачі з цієї теми; _____
- **розвивальна:** формувати вміння аналізувати й узагальнювати інформацію; _____
- **виховна:** виховувати свідоме ставлення до навчання, старанність; _____

Тип уроку: узагальнення і систематизація знань.

Обладнання та наочність: _____

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

II. АНАЛІЗ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

III. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

IV. УЗАГАЛЬНЕННЯ І СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ЗНАНЬ

План повторення теми

1. Числові множини:
 - множина натуральних чисел;
 - множина цілих чисел;
 - множина раціональних чисел;
 - множина ірраціональних чисел;
 - множина дійсних чисел.
2. Порівняння чисел.
3. Округлення чисел.
4. Середнє арифметичне чисел.
5. Означення модуля числа.
6. Звичайні дроби. Дії над звичайними дробами. Правильні і неправильні дроби.
7. Означення пропорції. Основна властивість пропорції.

V. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Робота з підручником _____

2. Додаткові завдання

- 1) Скільки натуральних чисел розташовано на проміжку: а) $[-5; 2)$; б) $(-3; 3]$?
- 2) Виконайте дії:

а) $0,125 - \frac{1}{6}$; б) $6,4 : \left(-1\frac{3}{5}\right)$; в) $-3,2 - 0,2 : \frac{1}{5}$; г) $\frac{22}{24} : 4\frac{1}{6} \cdot 100$;

д) $3,8 \cdot \frac{5}{19}$; е) $\frac{4,8}{-0,24}$; ж) $(1-1,2)^3$; з) $(-8+1,75)^0 + 3 : \frac{3}{4}$.

- 3) Серед наведених чисел $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{3}{8}; \frac{4}{29}; \frac{7}{28}; \frac{3}{125}$ виберіть такі, щоб їх можна було подати у вигляді десяткового дробу.
- 4) Подайте звичайні дроби $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{2}{5}; \frac{3}{8}; \frac{11}{25}; \frac{3}{50}$ у вигляді десяткового дробу.
- 5) Щоб зварити варення на 3 кг ягід потрібно 2 кг цукру. Скільки необхідно цукру, щоб зварити варення з 7,5 кг ягід?
- 6) Знайдіть значення змінної x , що задовольняє пропорцію:
- а) $\frac{x-2}{6} = \frac{7}{3}$; б) $\frac{-0,4}{x+3} = \frac{0,8}{2}$; в) $\frac{\sqrt[3]{1}}{x} = \frac{100}{9}$; г) $\frac{x+1}{5} = -\frac{0,2}{25}$.
- 7) Розв'яжіть рівняння: а) $|3x+4|=5$; б) $|\frac{1}{3}x-1|=2$.

VI. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАТЬ І ВМІНЬ

Математичний диктант

Варіант 1	Варіант 2
1) Серед поданих чисел виберіть ірраціональні	
$-1,2; \sqrt{5}; -\sqrt{9}; \pi; \frac{7}{8}; \sqrt[3]{27}; \sqrt{0,36}; \sqrt{4,9}$	$-1,3; \sqrt{7}; -\sqrt{16}; e; \sqrt[3]{8}; \sqrt{0,49}; \sqrt{6,4}$
2) Порівняйте числа	
а) $-\frac{1}{2}$ і 0,5; б) $\frac{7}{8}$ і $\frac{7}{9}$; в) $-6,25$ і $-6,3$; г) $\frac{3}{4}$ і 0,76; д) -1 і $-\frac{8}{7}$; е) $1,29$ і $\frac{9}{7}$	а) $0,25$ і $-\frac{1}{4}$; б) $\frac{5}{7}$ і $\frac{5}{8}$; в) $-8,37$ і $-8,4$; г) $\frac{3}{5}$ і 0,61; д) -1 і $-\frac{9}{8}$; е) $0,86$ і $\frac{6}{7}$
3) Округліть числа:	
а) до сотень	
349; 593; 49999	285; 632; 29999
б) до десятих	
0,45; 1,749; 11,99	0,36; 2,838; 13,99
4) Знайдіть середнє арифметичне натуральних чисел, що задовольняють нерівність:	
$-2 \leq x \leq 4$	$-3 \leq x < 5$
5) Знайдіть x із пропорції	
$\frac{x}{0,45 : 0,1} = \frac{5,6 - 6,8}{-0,6 \cdot 6}$	$\frac{0,36 : 0,1}{x} = \frac{4,3 - 6,1}{-0,9 \cdot 6}$
6) Розкрийте модуль:	
$ a+4 $ при $a < -5$	$ 3-x $ при $x \geq 4$

VII. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

VIII. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Завдання за підручником: _____
2. Повторити: формули скороченого множення.